合肥市2015年高三第二次教学质量检测
数学试题(文)参考答案及评分标准

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	A	B	C	A	C	B	D	D	A

二、填空题

11. $[0,100]$.

12. 4.

13. 60^0.

14. -2.

15. ②③.

三、解答题:

16. 解(Ⅰ)$\because b=2,c=2\sqrt{3},A=\dfrac{5\pi}{6}$,

在 ΔABC 中,$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=2^2+(2\sqrt{3})^2-2\times2\times2\sqrt{3}\times(-\dfrac{\sqrt{3}}{2})=28$,得

$a=2\sqrt{7}$. ……6 分

(Ⅱ)$\because b=2,c=2\sqrt{3},C=\dfrac{\pi}{2}+A$,由正弦定理得 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{2}{\sin(\dfrac{\pi}{2}-2A)}=\dfrac{2\sqrt{3}}{\sin(\dfrac{\pi}{2}+A)}$,

$\therefore \sin(\dfrac{\pi}{2}+A)=\sqrt{3}\sin(\dfrac{\pi}{2}-2A)$ 即 $\cos A=\sqrt{3}\cos 2A=\sqrt{3}(2\cos^2 A-1)$,得

$\cos A=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 或 $\cos A=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$,

由 $C=\dfrac{\pi}{2}+A$ 知 A 为锐角,$\therefore \cos A=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\therefore A=\dfrac{\pi}{6}$. ……12 分

17. 解(Ⅰ)平均值为$\bar{t}=0.5\times0.6+1.5\times0.25+2.5\times0.1+3.5\times0.04+4.5\times0.01=1.11$.

………6 分

(Ⅱ)基本事件有 10 种,满足条件的基本事件有 6 种

由古典概型可得$P=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$. ……12 分

18. 解(Ⅰ)$\because a_{n+1}{}^2=2a_n{}^2+a_na_{n+1}\therefore a_{n+1}{}^2-a_na_{n+1}-2a_n{}^2=0$

即$(a_{n+1}+a_n)(2a_n-a_{n+1})=0$,

又$a_n>0$,$\therefore 2a_n-a_{n+1}=0$,即$\dfrac{a_{n+1}}{a_n}=2$,所以数列$\{a_n\}$是公比为 2 的等比数列.

又$\because a_1=2\qquad \therefore a_n=2^n$. ………6 分

(Ⅱ)依题意$b_n=\log_{\sqrt{2}}a_n-1=\log_{\sqrt{2}}2^n-1=2n-1$,$c_n=a_n\bullet b_n=(2n-1)\bullet 2^n$,

$S_n=1\times2^1+3\times2^2+5\times2^3+\cdots+(2n-1)\times2^n$

那么,$2S_n=1\times2^2+3\times2^3+\cdots+(2n-3)\times2^n+(2n-1)\times2^{n+1}$,两式相减得

$$\begin{aligned}
-S_n&=1\times2^1+2\times2^2+2\times2^3+\cdots+2\times2^n-(2n-1)\times2^{n+1}\\
&=2+2(2^2+2^3+\cdots+2^n)-(2n-1)\times2^{n+1}\\
&=2+2\bullet\frac{4(1-2^{n-1})}{1-2}-(2n-1)\times2^{n+1}\\
&=2+8(2^{n-1}-1)-(2n-1)\times2^{n+1}\\
&=2+2\times2^{n+1}-8-(2n-1)\times2^{n+1}\\
&=(3-2n)\times2^{n+1}-6
\end{aligned}$$

故$S_n=(2n-3)\times2^{n+1}+6$. ………12 分

19. 解(Ⅰ)在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中,$CD\perp$平面BCC_1B_1

$\therefore CD\perp BE$, ………3 分

又$\because E$为线段CC_1的中点,由已知得$Rt\Delta B_1BC\backsim Rt\Delta BCE$

$\therefore \angle EBC=\angle BB_1C$,

$\therefore \angle EBB_1 + \angle BB_1C = 90^\circ$，

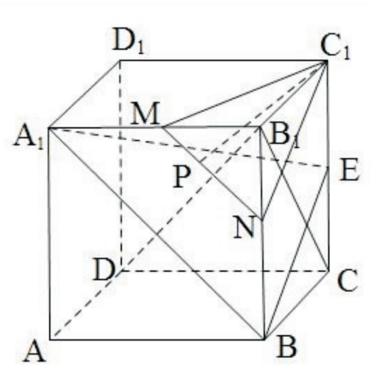
故 $BE \perp B_1C$，

且 $B_1C \cap CD = C$

$\therefore BE \perp$ 平面 B_1CD，

又 $BE \subset$ 平面 A_1BE

$\therefore$ 平面 $A_1BE \perp$ 平面 B_1CD.



………7 分

（Ⅱ）取线段 A_1B_1 的中点 M，线段 BB_1 的中点 N，

连结 C_1M， C_1N， MN，易得 $C_1N \parallel BE$， $MN \parallel A_1B$，

又 $MN \cap C_1N = N$，$BA_1 \cap BE = B$，

$\therefore$ 平面 $C_1MN \parallel$ 平面 A_1BE，故点 P 为线段 MN 上的动点，且 $C_1P \parallel$ 面 A_1BE.

要使得线段 C_1P 长度最小，则 $C_1P \perp MN$.

在 ΔC_1MN 中，$C_1M = C_1N = \sqrt{3}$，$MN = \sqrt{2}$，易得 $C_1P = \dfrac{\sqrt{10}}{2}$.

………13 分

20. 解（Ⅰ）当 $a = 1$ 时，$f(x) = e^x(x^2 + x - 1)$，

由 $f'(x) = e^x(x^2 + x - 1) + e^x(2x + 1) = e^x(x^2 + 3x) = 0$，得 $x = 0$ 或 $x = -3$

$\therefore f(x)$ 在 $(-\infty, -3)$ 上为增函数，在 $(-3, 0)$ 上为减函数，在 $(0, +\infty)$ 上为增函数.

$\therefore f(x)$ 的极小值为 $f(0) = -1$，$f(x)$ 的极大值为 $f(-3) = 5e^{-3}$.

………6 分

（Ⅱ）由 $f'(x) = e^x(x^2 + ax - a) + e^x(2x + a) = e^x[x^2 + (a + 2)x] = 0$

得 $x = 0$ 或 $x = -a - 2$（$\because a \le -4$，故 $-a - 2 \ge 2$）

易得 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上为增函数，在 $(0, -a - 2)$ 上为减函数，在 $(-a - 2, +\infty)$ 上为增函数；

①当$-5<a\le -4$时，$2\leqslant -a-2<3$，此时$f(x)$在$(0,-a-2)$上为减函数，

在$(-a-2,3)$上为增函数

$f(x)_{\min}=f(-a-2)=e^{-a-2}(a+4)$

②当$a\leqslant -5$时，$-a-2\geqslant 3$，此时$f(x)$在$[0,3]$上为减函数，

$f(x)_{\min}=f(3)=e^{3}(2a+9)$．　　　　………13 分

21．解（Ⅰ）$\because \overrightarrow{BF}=3\overrightarrow{FA}$，$B(0,-b),F(c,0)$，由向量的坐标运算可得$A(\frac{4}{3}c,\frac{1}{3}b)$

代入椭圆方程可得$\frac{(\frac{4c}{3})^2}{a^2}+\frac{(\frac{b}{3})^2}{b^2}=1$，得$\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，即离心率$e=\frac{\sqrt{2}}{2}$．

………6 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）可知$a=\sqrt{2}c,b=c$，可得$k_{BF}=1$，点$A(\frac{4}{3}c,\frac{1}{3}c)$，$B(0,-c)$，$|AB|=\frac{4\sqrt{2}}{3}c$

当△PAB面积取最大值时，动点P离直线AB的距离最远

设直线$l:y=x+m(m>0)$为椭圆E的一条切线，且$l\parallel AB$

由$\begin{cases}y=x+m\\ \frac{x^2}{2c^2}+\frac{y^2}{c^2}=1\end{cases}\Rightarrow 3x^2+4mx+2m^2-2c^2=0$　　　　由$\Delta=0\Rightarrow m=\sqrt{3}c$

即$l:y=x+\sqrt{3}c$，此时直线l与直线AB之间的距离d即为动点P到直线AB的最远距离

又直线AB：$y=x-c$，由两平行线间距离公式得$d=\frac{(\sqrt{3}+1)c}{\sqrt{2}}$

此时$S_{\Delta PAB}=\frac{1}{2}|AB|\cdot d=\frac{1}{2}\cdot\frac{4\sqrt{2}}{3}c\cdot\frac{(\sqrt{3}+1)c}{\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{3}+2}{3}c^2=\frac{2\sqrt{3}+2}{3}$

$\therefore c=1\quad a=\sqrt{2},b=1$　　因此椭圆E的方程为$\frac{x^2}{2}+y^2=1$．

………13 分